

Föreläsning 7, del a

Variabelsubstitution

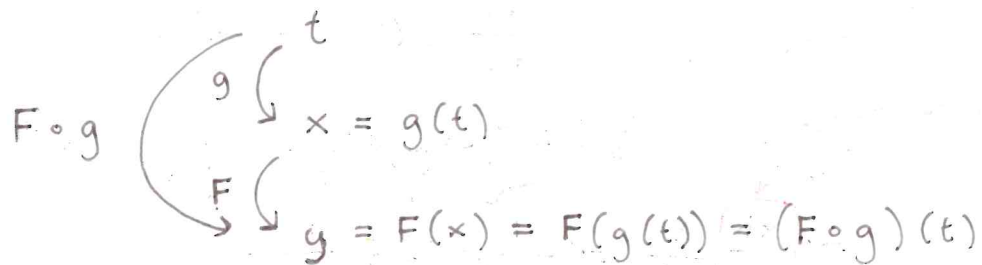
- Förra gången: "produktregeln baklänges"
→ partialintegration
- Idag: "kedjeregeln baklänges"
→ variabelsubstitution

Kom ihåg: Kedjeregeln är regel för derivatan av en sammansatt funktion.

Anta att y är en variabel som beror på en variabel x genom en funktion F .

Anta också att x i sin tur beror på en variabel t genom en funktion g .

Då beror y på t genom den sammansatta funktionen $F \circ g$.



Derivatan av F med avseende på x :

$$F'(x) = \frac{d}{dx} F(x) = \frac{d}{dx} y = \frac{dy}{dx}$$

Derivatan av g med avseende på t :

$$g'(t) = \frac{d}{dt} g(t) = \frac{d}{dt} x = \frac{dx}{dt}$$

Derivatan av den sammansatta funktionen $F \circ g$ med avseende på t :

$$\begin{aligned} (F \circ g)'(t) &= \frac{d}{dt} F(g(t)) = \\ &= \frac{d}{dt} F(x) = \frac{d}{dt} y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \frac{dx}{dt} = \\ &= F'(x) g'(t) = F'(g(t)) g'(t) \end{aligned}$$

Kedjeregeln kan alltså skrivas

$$\frac{d}{dt} F(g(t)) = F'(g(t)) g'(t) \quad \text{eller}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \frac{dx}{dt} \quad \text{och säger att den yttre}$$

derivatan $F'(g(t)) = \frac{dy}{dx}$ ska multipliceras med den inre derivatan $g'(t) = \frac{dx}{dt}$.