

Information om Tentamen SF1629 och SF1632.

När: Tentan ges flera gånger per år, se schemat.

Format: Tentamen kommer att bestå av sex tal som kan ge upp till fyra poäng per tal (totalt 24 poäng).

Preliminära betygsgränser är (som på förra årets tenta): A - 21 poäng, B - 19 poäng, C - 16 poäng, D - 13 poäng, E - 11 poäng, FX - 11 poäng.

Hjälpmedel: Inga hjälpmedel är tillåtna. Specifikt så är varken beta eller miniräknare tillåtna.

Kursens omfattning och rekommendationer för studier inför tentan: Kursen inkluderar allt som ingår i läsningen inför föreläsningarna. Detta dokument försöker att lyfta ut vissa delar av kursen som jag anser vara viktigare, och är därför mer trolig att inkluderas i tentan.

Jag har delat in kursen i sex delar 1) Fourierserier (kap 2-4 och 6:1-6.2), 2) L^2 -teori (kap 5), 3) Sturm-Liouville teori (kap 6.4-6.5), 4) Fouriertransformen (kap 7), 5) Distributioner (kap 8) och 6) Laplace ekvation på disken (kap. 6.3) och z -transformen (kap. 3.6). Och varje del innehåller specificerad teori och föreslagna uppgifter. De viktigaste satserna är understrukna. Att kunna en sats innebär också att kunna bevisa den.¹

1) Fourierserier. Detta är en av de centrala delarna i kursen och jag vill att ni lär er teori såväl som att räkna tal. Den viktigaste teorin är:

1. Punktvis konvergens av Fourierserier:

- I Cesaro mening Theorem 4.1 (Lemma 4.3 och 4.4 är centrala för beviset), för den satsen behöver ni också kunna Definition 2.1 och Lemma 2.1 samt satsen om positiva summationskärnor Theorem 2.1 med följsats Corollary 2.1.
- I vanlig mening Theorem 4.5 (du behöver Lemma 4.5 för detta). En annan central sats för att visa konvergens av Fourierserier är Riemann-Lebesgues Lemma Theorem 2.2. Du bör också fundera lite på betydelsen av Dirichlet kärnan² och Lemma 4.2.

VIKTIGA BERÄKNINGAR: Det absolut viktigaste beräkningarna du behöver kunna är att beräkna Fourierserier och lösa enkla partiella differentialekvationer (såsom värmeledningsekvationen) med hjälp av variabelseparation. Rekommenderade träningstal är: **4.32, 4.33, 4.35, 4.38, 6.20, 6.21, 6.24, 6.32** och för en liten teoretisk utmaning **6.33**.

2) L^2 -teori. Den viktigaste teorin är

1. Definition 5.1 av inre produktrum.
2. Cauchy-Schwarz och triangel olikheten Theorem 5.1
3. Minsta kvadratapproximationer Theorem 5.3 med följsatserna Theorem 5.4 och Theorem 5.5.
4. Att trigonometriska funktionerna är fullständiga i L^2 Theorem 5.8.

VIKTIGA BERÄKNINGAR: Du skall kunna utveckla funktioner i en orthogonal bas och göra minsta kvadratapproximationer i en given bas. Rekommenderade träningstal: **5.34, 5.35, 5.37, 5.40, 5.43**

3 Sturm-Liouville teori: Den här delen av kursen är inte omfattande, men du skall kunna formulera Theorem 6.1. Rekommenderade träningstal: **6.16, 6.17, 6.18**.

4 Fouriertransformen. Du skall kunna följande teori:

1. Definitionen av Fouriertransformen Definition 7.1.
2. Räkne regler för Fouriertransformen: Theorem 7.3, Theorem 7.4 och Theorem 7.6³ Iversionsformeln Theorem 7.5. Observera att beviset är nästan samma som för Theorem 4.5 - det som är nytt är att man måste hantera det oändliga integrationsintervallet.
3. Plancherel's formel (7.21) utan bevis.
4. Du bör också känna till hur Fouriertransformen kan användas för att lösa partiella differential ekvationer såsom i sektion 7.7.

¹Jag har dock försökt att fokusera mer på bevis för konvergens av Fourierserier, Fouriertransformen och bevis rörande L^2 -teori. Tentan kommer att vara utformad med detta i åtanke.

²Jag tänker specifikt på att man formulerar om problemet med konvergens av en Fourierserie som konvergens av faltningen $D_N * f(x)$ då $N \rightarrow \infty$.

³För Theorem 7.6 så räcker det att kunna ett informellt bevis där du antar att alla räkneoperationer (byte av integrationsordning) är tillåtna.

VIKTIGA BERÄKNINGAR: Det absolut viktigaste är naturligtvis att kunna beräkna Fouriertransformen av en given funktion. Men du skall även kunna använda den för att lösa enklare problem som integralekvationer eller beräkna integraler. Rekommenderade tal: **7.34, 7.35, 7.36, 7.42, 7.45, 7.49.**

5 Distributionsteori: Vi har inte varit lika formella på föreläsningarna när vi diskuterar distributionsteorin; vi har knappt gjort några bevis. Det kommer därför inte att vara samma fokus på bevis på den här delen av kursen på tentan. Ni skall dock känna till begrepp och i alla fall ha läst bevisen. Specifikt så ska ni kunna:

1. Definitionen av testfunktioner \mathcal{D} och Distributioner \mathcal{D}' samt av Schwarzklassen \mathcal{S} (Definition 8.1) och tempererade distributioner \mathcal{S}' (Definition 8.3).
2. Definitionen av en distributions derivata (Definition 8.4).
3. Definitionen av Fouriertransformen av en tempererad distribution (Definition 8.5) och att Fouriertransformen av funktioner i Schwarz klassen ligger i Schwarzklassen (Theorem 8.2) och ha en aning om varför (jag kommer inte att kräva något bevis).
4. Räkneregler för distributioner (Theorem 8.3), dessa är inte svåra att bevisa och jag kan ställa någon fråga om bevis för att se att ni kan resonera utifrån definitioner.

VIKTIGA BERÄKNINGAR. Ni ska kunna använda distributioner i beräkningar, förenkla distributionsuttryck, beräkna derivator och Fouriertransformer av distributioner. Rekommenderade tal: **8.20, 8.22, 8.24, 8.26, 8.27.**

6 Laplace ekvation och z -transformer. Fokus ligger inte på teori, du ska dock kunna definiera Laplace ekvation of z -transformen. Det viktigaste är att ni kan lösa tal. Läsning i Vretblad är kap. 3.6 och 6.3

Den viktigaste teorin är:

1. Definiera z -transformen.
2. räkneregler Theorem 3.7 i Vretblad.
3. Veta vad Laplace ekvation är.

VIKTIGA BERÄKNINGAR: Ni ska definitivt kunna beräkna tal av följande svårighetsgrad

z -transformen: 3.44, 3.45, 3.46, 3.48, 3.49

Laplace ekvation: 6.12, 6.13 6.14

Extentor: På kurshemsidan så hittar ni två extentor SF1683 - er tenta kommer att ha samma format och betygsgränser. Ni hittar även en länk till extentor från SF1629. SF1629, SF1632 och SF1683 är i princip samma kurs så dessa tentor fungerar utmärkt som träningstentor. SF1629 och SF1632 inkluderar z -transformen och Dirichletproblemet på enhetsdisken vilka inte ingår i SF1683 (men SF1683 tentor innehåller istället Laplacetransformen)