

Föreläsning 13, del a

Tillämpningar av bestämda integraler

- jämna och udda funktioner (4.1)
- plana ytors areor (4.1)
- rotationskroppars volym (4.2)
 - rotation kring x-axeln
 - rotation kring y-axeln

Jämna och udda funktioner

Def] En funktion $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ kallas

- jämn om $f(-x) = f(x)$ för alla $x \in D_f$
- udda om $f(-x) = -f(x)$ för alla $x \in D_f$

Viktiga exempel:

- jämna: $\cos x$, x^p där p jämnt
- udda: $\sin x$, x^p där p udda

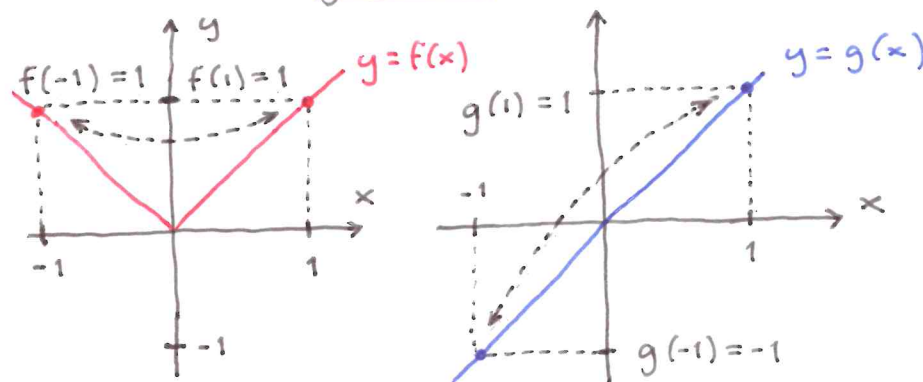
Ex] Om $f(x) = x^2$ så är $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$

Om $f(x) = x^3$ så är $f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$

Grafen till en jämn funktion är symmetrisk under spegling i y-axeln (spegling i linje).

Grafen till en udda funktion är symmetrisk under spegling i origo (spegling i punkt).

Ex] Funktionen $f(x) = |x|$ är jämn, funktionen $g(x) = x$ är udda:



Räkneregler:

jämn + jämn = jämn, udda + udda = udda,
(jämn + udda = varken jämn eller udda),

jämn · jämn = jämn, udda · udda = jämn
jämn · udda = udda,

1/jämn = jämn, 1/udda = udda