Föreläsning 10, del a

Förra gången lärde vi oss att partialbråksuppdela alla rationella funktioner

$$\frac{T(x)}{N(x)} \quad \text{där} \quad \text{grad } T(x) < \text{grad } N(x)$$

genom att faktorisera $N(x)$ och sedan följa regler för hur man gör en Ansatz.

Idag:

- hur man i vissa fall kan förenkla beräkningen av konstanterna i Ansatzen ("handpåläggningsmetoden").
- hur man sedan integrerar varje term
- sammanfattning av integrationsmetoder

Ex | Partialbråksuppdela $\dfrac{2x+5}{(x-2)(x+1)}$!

Ansatz: $$\frac{2x+5}{(x-2)(x+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+1}$$

$$HL = \frac{A(x+1) + B(x-2)}{(x-2)(x+1)} = \frac{(A+B)x + (A-2B)}{(x-2)(x+1)}$$

Jämförelse med VL ger ekvationssystemet

$$\begin{cases} A + B = 2 \\ A - 2B = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A \quad B = 2 \\ A - A + B - (-2B) = 2 - 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A + B = 2 \\ 3B = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A + B = 2 \\ B = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 3 \\ B = -1 \end{cases}$$

I stället för att lösa ekvationssystemet kan vi bestämma A och B genom den så kallade <u>handpåläggningsmetoden</u>:

Multiplicera Ansatzen med $x-2$:

$$A + \frac{B(x-2)}{x+1} = \frac{2x+5}{x+1}$$

Om vi nu sätter $x = 2$ så får vi

$$A = \frac{2 \cdot 2 + 5}{2+1} = \frac{9}{3} = 3$$

Vi kan alltså stryka ("lägga handen på") $(x-a)$ i nämnaren och sedan sätta $x = a$ för att få värdet på motsvarande konstant.
Obs! Metoden har sina begränsningar (se boken)! Kontrollera alltid resultatet!