Föreläsning 6, del a

Partiell integration (2.5)

Låt f och g vara funktioner och låt F vara en primitiv funktion till f, så att $F'(x) = f(x)$.

- Vi deriverar $F(x)\,g(x)$ med hjälp av produktregeln:

$$D\big(F(x)\,g(x)\big) = F'(x)\,g(x) + F(x)\,g'(x) =$$

$$= f(x)\,g(x) + F(x)\,g'(x)$$

- Integrera båda leden!

$$F(x)g(x) = \int \big(f(x)g(x) + F(x)g'(x)\big)\,dx =$$

$$= \int f(x)g(x)\,dx + \int F(x)g'(x)\,dx$$

- Flytta över!

$$\int f(x)g(x)\,dx = F(x)\,g(x) - \int F(x)\,g'(x)\,dx$$

Vi har hittat en "produktregel" för integration: ett sätt att integrera en produkt $f(x)\,g(x)$ av två funktioner.

Det kallas för <u>partiell integration</u> (eller partialintegration) (engelska: integration by parts).

- Kräver att vi redan kan integrera en av de två funktionerna: vi måste känna till en primitiv funktion F till f.

- Kräver också att vi kan integrera $F(x)\,g'(x)$. Vi kan partialintegrera en gång till, men det lönar sig inte om den nya integralen är krångligare än den första!

- Valfritt vilken av de två funktionerna i produkten som ska vara f (som vi ska integrera) och vilken som ska vara g (som vi ska derivera). Om inte det ena fungerar: testa det andra!

- Vi kan förvandla en ensam funktion $g(x)$ till en produkt $f(x)g(x)$ där $f(x)=1$.