Föreläsning 9, del d

Sats Varje reellt polynom (som inte är 0) kan skrivas som en produkt av reella första- och andragradspolynom.

Ex Polynomet $p(x) = x^4 + x^3 - 5x^2 + x - 6$ kan faktoriseras (skrivas som en produkt)

$$p(x) = (x-2)(x+3)(x^2+1)$$

förstagradspolynom som talar om att $p(x)$ har nollställen 2 och -3, alltså $p(2) = p(-3) = 0$

andragradspolynom som saknar nollställen, och därmed inte kan skrivas som en produkt av två reella förstagrads-polynom (<u>irreducibelt</u>)

När man ska partialbråksuppdela $\frac{T(x)}{N(x)}$ där $\text{grad } T(x) < \text{grad } N(x)$ faktoriserar man först $N(x)$ så långt som möjligt, till en produkt av första- och andragradspolynom.

Sedan gör vi en Ansatz där vi

- för varje faktor $(x-a)^n$ i $N(x)$ lägger till termer

$$\frac{A_1}{x-a} + \frac{A_2}{(x-a)^2} + \dots + \frac{A_n}{(x-a)^n}$$

- för varje faktor $(x^2+px+q)^m$ i $N(x)$ (som inte kan faktoriseras till en produkt av förstagradspolynom) lägger till termer

$$\frac{B_1x + C_1}{x^2+px+q} + \frac{B_2x + C_2}{(x^2+px+q)^2} + \dots + \frac{B_mx + C_m}{(x^2+px+q)^m}$$

Genom att sätta allt på ett gemensamt bråkstreck får vi ett uttryck som vi kan jämföra med $T(x)/N(x)$. Detta ger ett ekvationssystem som vi kan lösa för att bestämma konstanterna A_k, B_k, C_k.

Sedan räcker det med att vi kan integrera var och en av termerna i Ansatzen. Mer om detta nästa gång!