

Föreläsning 9, del e (demonstration testuppgifter)

2.12 Ange vilka ansättningar som måste göras för att kunna partialbråksuppdelna följande uttryck:

$$e) \frac{6x^2 + 10x + 18}{x^3 + 2x^2 + 9x}$$

Lösning: Sätt $T(x) = 6x^2 + 10x + 18$ och $N(x) = x^3 + 2x^2 + 9x$.

(grad $T(x) = 2 <$ grad $N(x) = 3$
 \Rightarrow uttrycket kan inte förenklas genom polynomdivision!)

Faktorisera $N(x)$! Ingen konstant term
 \Rightarrow vi kan bryta ut en faktor x :

$$N(x) = x^3 + 2x^2 + 9x = x(x^2 + 2x + 9)$$

Kan andragradspolynomet $x^2 + 2x + 9$ faktoriseras till en produkt av två förstgradspolynom? Kvadrathkomplettera!
(Eller försök att lösa $x^2 + 2x + 9 = 0$)

$$x^2 + 2x + 9 = x^2 + 2x + 1 - 1 + 9 = \\ = (x + 2x + 1) + 8 = (x + 1)^2 + 8$$

$8 > 0 \Rightarrow$ andragradspolynomet $x^2 + 2x + 9$ saknar reella nollställen!

Kan ej faktoriseras! (irreducibelt)

Vi har en faktor $x = (x - 0)^1$ och en faktor $(x^2 + 2x + 9) = (x^2 + 2x + 9)^1$. Vi ska alltså ha en term A/x och en term $\frac{Bx + C}{x^2 + 2x + 9}$ i Ansätzen.

$$\text{Svar: } \frac{6x^2 + 10x + 18}{x^3 + 2x^2 + 9x} = \frac{A}{x} + \frac{Bx + C}{x^2 + 2x + 9}$$

$$f) \frac{8x^3 + 16}{(x+1)^3(x-1)^2}$$

Lösning: Nämnaren redan faktorerad, vi kan skriva upp Ansätzen direkt!

$$\text{Svar: } \frac{8x^3 + 16}{(x+1)^3(x-1)^2} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} \\ + \frac{D}{x-1} + \frac{E}{(x-1)^2}$$