Föreläsning 1, del c

Summor (1.2)

- räkneregler
- aritmetiska
- geometriska

Summan av de n första termerna i talföljden $(a_k)_{k=1}^{\infty}$:

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$$

Mer allmänt: $(m \leq n)$

$$\sum_{k=m}^{n} a_k = a_m + a_{m+1} + \dots + a_n$$

summa-symbol (stora sigma)

summations-index

summand

summationsgränser

(Om $m=n$ består summan bara av en term

Om $m>n$ låter vi $\sum_{k=m}^{n} a_k = 0$)

Ex

$$\sum_{k=1}^{4} \frac{k}{k+2} = \frac{1}{1+2} + \frac{2}{2+2} + \frac{3}{3+2} + \frac{4}{4+2} =$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \frac{3}{5} + \frac{4}{6} = \dots = \frac{21}{10} =$$

$$= \sum_{j=1}^{4} \frac{j}{j+2}$$

Som summationsindex kan man välja vilken bokstav som helst som inte redan är upptagen:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{j=1}^{n} a_j \neq \sum_{i=1}^{n} a_j =$$

$$= \underbrace{a_j + \dots + a_j}_{n \text{ termer}} = n a_j$$

Räkneregler för summor (linearitet):

① $\sum_{k=m}^{n} (a_k + b_k) = \sum_{k=m}^{n} a_k + \sum_{k=m}^{n} b_k$

② $\sum_{k=m}^{n} (c a_k) = c \sum_{k=m}^{n} a_k$

där c är en konstant (oberoende av k)

Ex

$$\sum_{k=-2}^{2} (3k + k^2) \overset{①}{=} \sum_{k=-2}^{2} 3k + \sum_{k=-2}^{2} k^2 =$$

$$\overset{②}{=} 3 \sum_{k=-2}^{2} k + \sum_{k=-2}^{2} k^2 =$$

$$= 3\big((-2) + (-1) + 0 + 1 + 2\big) + \big((-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2\big) = 10$$