

Föreläsning 1, del c

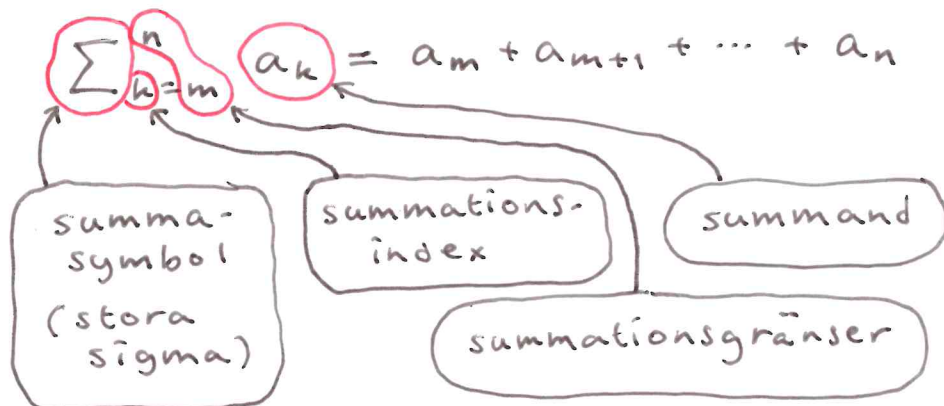
Summor (1.2)

- räkneregler
- aritmetiska
- geometriska

Summan av de n första termerna i talföljden $(a_k)_{k=1}^{\infty}$:

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \sum_{k=1}^n a_k$$

Mer allmänt: ($m \leq n$)



(Om $m=n$ består summan bara av en term)
(Om $m > n$ låter vi $\sum_{k=m}^n a_k = 0$)

Ex] $\sum_{k=1}^4 \frac{k}{k+2} = \frac{1}{1+2} + \frac{2}{2+2} + \frac{3}{3+2} + \frac{4}{4+2} =$
 $= \frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \frac{3}{5} + \frac{4}{6} = \dots = \frac{21}{10} =$
 $= \sum_{j=1}^4 \frac{j}{j+2}$

Som summationsindex kan man välja vilken bokstav som helst som inte redan är upptagen:

$$\sum_{i=1}^n a_i = \sum_{j=1}^n a_j \neq \sum_{i=1}^n a_j =$$
$$= \underbrace{a_j + \dots + a_j}_{n \text{ termer}} = n a_j$$

Räkneregler för summor (linearitet):

① $\sum_{k=m}^n (a_k + b_k) = \sum_{k=m}^n a_k + \sum_{k=m}^n b_k$

② $\sum_{k=m}^n (c a_k) = c \sum_{k=m}^n a_k$

där c är en konstant (oberoende av k)

Ex] $\sum_{k=-2}^2 (3k + k^2) \stackrel{①}{=} \sum_{k=-2}^2 3k + \sum_{k=-2}^2 k^2 =$

② $= 3 \sum_{k=-2}^2 k + \sum_{k=-2}^2 k^2 =$

$= 3((-2) + (-1) + 0 + 1 + 2) + ((-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2) = 10$