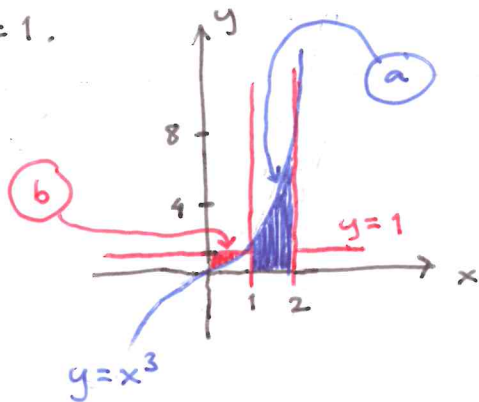


Föreläsning 13, del e (demonstration testuppgifter)

4.2 Beräkna arean av de ändliga områden som begränsas av kurvan $y=x^3$ och

a) positiva x-axeln och de vertikala linjerna $x=1$ och $x=2$,

b) positiva y-axeln och den horisontella linjen $y=1$.



a) Lösning: $\int_1^2 x^3 dx = \frac{1}{4} [x^4]_1^2 =$
 $= \frac{1}{4} (2^4 - 1^4) = \frac{1}{4} (16 - 1) = \frac{15}{4}$

Svar: $\frac{15}{4}$

(Kontroll: $\frac{15}{4} > 0$, ok!)

b) Lösning:

Låt f vara den konstanta funktionen $f(x)=1$ och sätt $g(x)=x^3$. Då har vi

$$f(x)=g(x) \Leftrightarrow 1=x^3 \Leftrightarrow x=1$$

Då två funktionskurvorna skär alltså varandra då $x=1$, så vi ska integrera över intervallet $[0,1]$. På detta intervall har vi $f(x) \geq g(x)$, så arean blir

$$\begin{aligned} \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 g(x) dx &= \int_0^1 dx - \int_0^1 x^3 dx = \\ &= [x]_0^1 - \frac{1}{4} [x^4]_0^1 = (1-0) - \frac{1}{4} (1-0) = \\ &= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Svar: $\frac{3}{4}$

(Kontroll: $\frac{3}{4} > 0$, ok!)