Föreläsning 1, del a

Talföljder (1.1)

- konvergens / divergens
- aritmetiska
- geometriska

Exempel på talföljder:

$3, 5, 7, 9, \dots = (2n+1)_{n=1}^{\infty} = (2k-1)_{k=2}^{\infty}$

$2, 4, 8, 16, \dots = (2^n)_{n=1}^{\infty} = (2^{k+1})_{k=0}^{\infty}$

Def En talföljd är en funktion från $\mathbb{Z}_+ = \{1, 2, 3, \dots\}$ till någon talmängd, till exempel $\mathbb{R}$, de reella talen:

$$a: \mathbb{Z}_+ \to \mathbb{R}, \quad n \mapsto a_n$$

Skrivs även $a_1, a_2, a_3, \dots$ eller $(a_n)_{n=1}^{\infty}$

Def En talföljd $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ är konvergent om det finns ett (ändligt) gränsvärde $\lim_{n\to\infty} a_n$, annars divergent.

Ex

- $\left(\frac{1}{n}\right)_{n=1}^{\infty} = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots$ konvergent!

  $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$

- $(n^2)_{n=1}^{\infty} = 1, 4, 9, 16, \dots$ divergent!

  $\lim_{n\to\infty} n^2$ finns ej! $(=\infty)$

- $(\pi)_{n=1}^{\infty} = \pi, \pi, \pi, \dots$ konvergent!

  $\lim_{n\to\infty} \pi = \pi$

- $((-1)^n)_{n=1}^{\infty} = -1, 1, -1, 1, \dots$ divergent!

  $\lim_{n\to\infty} (-1)^n$ finns ej!