DETALJERAD INFORMATION OM MUNTLIGA TENTAMEN I CM1000 – DISKRET MATEMATIK

Detta beskriver hur du kan arbeta mot att få poäng för momentet `RED1` i LADOK hörande till kursen CM1000. (Det gäller även HF1013:`ÖVN1` – om ni vill får ni ersätta HF1013:`ÖVN1` med CM1000:`RED1` men då blir det betyget E).

Att studera definitioner och bevis

Målet med muntliga tentan är att du som student ska få en träning i att studera definitioner och bevis som bygger upp den matematiska teorin som kursen vilar på. Det betyder att du behöver lära dig definitioner och bevis i någon mening utantill, men för att du ska ha stöd för minnet ska du sträva efter en förståelse av det du läser, att lära sig allting utantill utan att förstå vad det innebär är mycket svårare (och inte heller meningsfullt!) så studera bevisen och definitionerna med målet att verkligen förstå innehållet. Observera att du inte behöver kunna allt utantill, du får ju även på muntliga tentan ta med ett eget A4-ark med anteckningar på båda sidor.

Själva muntliga tentan

Examinationen går till så att du bokar in en tid för själva mötet. Det kommer att ta 30 minuter, de första 15 minutrarna får du (i enskildhet) förbereda presentationen av två frågor (listan på frågor finns här nedanför) den ena frågan väljer du och den andra väljer läraren. Efter 15 minuters förberedelser kommer jag åter till lokalen och så kommer vi att ha ett samtal om innehållet. Då kommer du att få presentera innehållet och få frågor på varför det ser ut som det gör. En av frågorna måste vara av arten ”formulera och bevisa ...” eller ”Bevisa ...”. Lägg dock märke till att den 1:a minuten av tiden kommer att ägnas åt att lägga undan jackan, telefonen och liknande så att reell förberedelsetid blir i storleksordningen 14 minuter. På samma sätt behöver den sista minuten ägnas åt att packa ihop så att reell diskussionstid också blir 14 minuter och reell examinationstid blir totalt högst 28 minuter. Dock är det många gånger så att det inte behövs så mycket tid alls. Det kan vara klart på 10 minuter.

Frågeställningar för muntliga tentan

Dessa är indelade i nio områden som svarar mot kursens nio delområden.

Logik. Dessa frågor behöver lösas med sanningstabeller.

(1) Formulera och bevisa giltigheten hos de fem slutledningsreglerna *Modus Ponens*, *Modus Tollens*, *Disjunktiv Syllogism*, *Hypotetisk Syllogism* och *Dilemma*.
(2) Formulera och bevisa associativitetslagarna och absorptionslagarna för utsagor.

Mängdlära.

(1) Formulera och bevisa DeMorgans lagar för två mängder men även tre mängder. Beviset får inte använda Venndiagram utan måste vara ett så kallat *elementargument.* ($x \in (A \cup B)^c \Leftrightarrow \ldots$)

Funktioner.

(1) Formulera vad det betyder att en funktion är *injektiv*, *surjektiv* och *bijektiv.*
(2) Formulera och bevisa satsen om att en funktion är inverterbar om och endast den är bijektiv.

Inledande talteori.

(1) Formulera vad det betyder att två heltal är kongruenta med varandra modulo n. Beskriv hur man löser en kongruens av slaget $a \cdot x \equiv b (\text{mod } n)$. Vad finns det för krav på a och n för att denna kongruens alltid ska ha en lösning för alla värden på b? Ge ett bevis för detta påstående (alltså att kravet på n och a garanterar existens av lösningar).
(2) Formulera vad det innebär att två heltal är *relativt prima* och formulera och bevisa Bezouts sats. (Du få anta att Euklides algoritm finns och fungerar.)

Relationer.

(1) Formulera vad som krävs för att en relation ska vara en *ekvivalensrelation* och vad som krävs för att en relation ska vara en *partiell ordningsrelation*.
(2) Bevisa att kongruensrelationen mellan heltal modulo 7 är en ekvivalensrelation.
(3) Bevisa att delbarhetsrelationen på mängden av alla positiva heltal är en partiell ordningsrelation.
(4) Ge definitionen av en ekvivalensklass och bevisa att två ekvivalensklasser (hörande till samma ekvivalensrelation) alltid är disjunkta eller lika.

Fördjupad talteori.

(1) Formulera och bevisa Wilsons sats.
(2) Formulera och bevisa Euklides sats om att det finns oändligt många primtal.
(3) Formulera och bevisa Aritmetikens Fundamentalsats.
(4) Formulera båda induktionsprinciperna (för matematisk induktion och stark matematisk induktion). Formulera också välordningsprincipen för positiva heltal.
(5) Du får på muntliga tentan en andra gradens linjär homogen differensekvation som du ska lösa. (Alltså ett problem av typen $a_{n+2} = A \cdot a_{n+1} + B \cdot a_n$, $a_1 = \ldots$ och $a_0 = \ldots$.)

Grafteori.

(1) Formulera och bevisa Eulers sats om relationen mellan antal bågar och summan av alla hörns gradtal. Visa hur den satsen kan användas för att visa att antal udda hörn i en graf alltid måste vara jämnt.
(2) Bevisa att ett träd alltid måste ha ett löv. Använd antingen matematisk induktion eller stark matematisk induktion.

Kombinatorik.

(1) Formulera multiplikations- och additionsprinciperna. Formulera och bevisa med hjälp av multiplikationsprincipen satser om formler för $P(n,k)$ samt $\binom{n}{k}$.
(2) Bevisa att $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ på två sätt, dels genom ett kombinatoriskt resonemang men också genom ett algebraiskt bevis.
(3) Formulera och bevisa binomialsatsen.

Sannolikhetslära.

(1) Formulera och bevisa satsen om total sannolikhet.
(2) Formulera och bevisa Bayes sats.