Föreläsning 1, del b

Def) En talföljd $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ är <u>aritmetisk</u> om det finns en konstant d sådan att

$a_{n+1} = a_n + d$ för alla $n \in \mathbb{Z}_+$

$\Rightarrow$ konstant <u>differens</u> $d = a_{n+1} - a_n$

Ex) $3, 5, 7, 9, \ldots = (a_n)_{n=1}^{\infty}$

$+2 \quad +2 \quad +2$

där $a_n = 2n+1 \Rightarrow a_{n+1} = 2(n+1)+1$

$\Rightarrow a_{n+1} - a_n = (2n+3) - (2n+1) = 2$

$\Rightarrow$ konstant differens $d = 2$

För en aritmetisk talföljd $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ med differensen d gäller:

$a_2 = a_1 + d$

$a_3 = a_2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d$

$a_4 = a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d$

...

$\Rightarrow$ $\boxed{a_n = a_1 + (n-1)d \quad \text{för alla } n \in \mathbb{Z}_+}$

Def) En talföljd $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ är <u>geometrisk</u> om det finns en konstant q sådan att

$a_{n+1} = a_n \cdot q$ för alla $n \in \mathbb{Z}_+$

$\Rightarrow$ konstant <u>kvot</u> $q = \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$ (om $a_n \neq 0$)

Ex) $2, 4, 8, 16, \ldots = (a_n)_{n=1}^{\infty}$

$\cdot 2 \quad \cdot 2 \quad \cdot 2$

där $a_n = 2^n \Rightarrow a_{n+1} = 2^{n+1} = 2^n \cdot 2$

$\Rightarrow \dfrac{a_{n+1}}{a_n} = \dfrac{2^n \cdot 2}{2^n} = 2$

$\Rightarrow$ konstant kvot $q = 2$

För en geometrisk talföljd $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ med kvoten q gäller:

$a_2 = a_1 \cdot q$

$a_3 = a_2 \cdot q = (a_1 \cdot q) \cdot q = a_1 \cdot q^2$

$a_4 = a_3 \cdot q = (a_1 \cdot q^2) \cdot q = a_1 \cdot q^3$

...

$\Rightarrow$ $\boxed{a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \quad \text{för alla } n \in \mathbb{Z}_+}$