# Föreläsning 16, del a

## Linjära diffekvationer av andra ordningen (och högre) med konstanta koefficienter (5.4)

$$y'' + py' + qy = g(x)$$

- homogena: $g(x) = 0$
- inhomogena där $g(x)$ är ett polynom

---

Kom ihåg från förra gången:

Linjär diffekvation av första ordningen:

$$y'(x) - f(x)\,y(x) = g(x)$$

Lösningstrick: multiplicera med den integrerande faktorn $e^{-F(x)}$, där $F'(x) = f(x)$.

---

Linjär diffekvation av ordning $n$:

$$y^{(n)} + f_{n-1}(x)\,y^{(n-1)} + \dots + f_1(x)\,y' + f_0(x)\,y = g(x)$$

- homogen om $g(x) = 0$
- inhomogen om $g(x) \neq 0$

Tyvärr finns inget lika bra lösningtrick för högre ordningars diffekvationer.

Vi begränsar oss till andra ordningens linjära diffekvationer ($n=2$)

$$y''(x) + f_1(x)\,y'(x) + f_0(x)\,y(x) = g(x)$$

med konstanta koefficienter ($f_1(x) = p$, $f_0(x) = q$)

$$y''(x) + p\,y'(x) + q\,y(x) = g(x)$$

konstanter

Vi börjar med det homogena fallet ($g(x) = 0$):

$$y''(x) + py'(x) + qy(x) = 0 \iff \left(D = \frac{d}{dx}\right)$$

$$(D^2 + pD + q)\,y(x) = 0 \iff P(D)\,y(x) = 0$$

Vi kan betrakta operatorn $P(D) = D^2 + pD + q$ som ett "polynom" i operatorn $D = \frac{d}{dx}$.

Motsvarande polynom i en variabel $r$ kallas för det karakteristiska polynomet för diffekvationen: $P(r) = r^2 + pr + q$

Den karakteristiska ekvationen:

$$P(r) = 0 \iff r^2 + pr + q = 0$$

andragrads-polynom/-ekvation

Allmänt: ordningen av en linjär diffekvation är lika med graden av motsvarande karakteristiska polynom och ekvation.