Föreläsning 9, del c

→ Ex (forts.) Vi gör alltså en Ansatz:

$$\frac{3x^2+4}{x^3+2x^2-x-2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x+2} \; =$$

där vi vill bestämma konstanterna A, B, C.

$$HL = \frac{A(x+1)(x+2)}{(x-1)(x+1)(x+2)}$$

$$+ \frac{B(x-1)(x+2)}{(x-1)(x+1)(x+2)} + \frac{C(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)(x+2)} =$$

$$= \frac{A(x^2+3x+2)+B(x^2+x-2)+C(x^2-1)}{(x-1)(x+1)(x+2)} =$$

$$= \frac{(A+B+C)x^2+(3A+B)x+(2A-2B-C)}{x^3+2x^2-x-2}.$$

När vi jämför med VL och tar x^2-termer, x-termer och konstanta termer för sig så får vi ett ekvationssystem

$$\begin{cases} A+B+C = 3 & (x^2\text{-termer}) \\ 3A+B = 0 & (x\text{-termer}) \\ 2A-2B-C = 4 & (\text{konstanta termer}) \end{cases}$$

Efter lite räkning får vi lösningen

$$\begin{cases} A = 7/6 \\ B = -7/2 \\ C = 16/3 \end{cases}$$

Vi sätter in den i Ansatzen:

$$= \; \frac{7/6}{x-1} + \frac{-7/2}{x+1} + \frac{16/3}{x+2}$$ och vi får

$$\int \frac{3x^2+4}{x^3+2x^2-x-2}\,dx =$$

$$= \frac{7}{6}\int\frac{dx}{x-1} - \frac{7}{2}\int\frac{dx}{x+1} + \frac{16}{3}\int\frac{dx}{x+2} =$$

$$= \frac{7}{6}\ln|x-1| - \frac{7}{2}\ln|x+1| + \frac{16}{3}\ln|x+2| + C$$

(Puh...)