Föreläsning 11, del a

Bestämda integraler (3.1 – 3.3)

- trappfunktioner (3.1)
- över- och undersummor (3.2)
- definition av bestämd integral (3.2)
- Riemannsummor (3.3)

Låt F vara en primitiv funktion till en funktion f.

Geometrisk tolkning av derivatan f':

$f'(b)$ = lutningen av tangenten till grafen till f i punkten $x = b$.

Motsvarande geometrisk tolkning av den primitiva funktionen F?

Kan anta vilket värde som helst i punkten $x = b$, eftersom F inte är entydigt bestämd av f: vi kan alltid lägga till en konstant.

Värdet $F(b)$ av den primitiva funktionen i punkten $x = b$ kan alltså inte säga något om grafen till f i denna punkt.

Däremot är differensen $F(b) - F(a)$ mellan värdena av F i två punkter b och a entydigt bestämd av f:

Om G är en annan primitiv funktion till f så har vi $G(x) = F(x) + C$ och vi får:

$$G(b) - G(a) = (F(b) + C) - (F(a) + C) = F(b) - F(a)$$

Vi kan alltså förvänta oss att $F(b) - F(a)$ säger något om grafen till f: visar sig att denna differens är arean av området mellan grafen och x-axeln mellan a och b! (Räknad negativt om $f(x) < 0$!)

Ex) $f(x) = C$ (konstant), $F(x) = Cx$

$$F(b) - F(a) = Cb - Ca$$
$$= C(b-a)$$
$$= \text{arean}$$