Föreläsning 3, del a

Serier (1.3)

- konvergens / divergens
- geometriska serier (1.4)

En **serie** är ett uttryck av formen

$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots$

Skrivs med summabeteckningen $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$

För varje serie $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ finns en **följd av delsummor**: en talföljd $(s_n)_{n=1}^{\infty}$ där delsumman s_n är summan av de n första termerna i serien: $s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$.

Ex $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots = 1$

konvergent!

$$s_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1} = \frac{1}{1+1/n}$$

$$\rightarrow \frac{1}{1+0} = 1 \text{ då } n \to \infty$$

$(s_n)_{n=1}^{\infty} = \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \ldots$

$s_\infty = 1$

Ex $\sum_{k=1}^{\infty} k = 1 + 2 + 3 + \cdots$ divergent!

$$s_n = \sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} \rightarrow \infty \text{ då } n \to \infty$$

$(s_n)_{n=1}^{\infty} = 1, 3, 6, 10, \ldots$

Def En serie $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ är **konvergent** om dess följd av delsummor är en konvergent talföljd (alltså, om det finns ett gränsvärde $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} a_k$), annars **divergent**.

Om serien $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ är konvergent så kallas gränsvärdet $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} a_k$ för seriens **summa** och skrivs likadant:

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} a_k = \lim_{n\to\infty} s_n = s_\infty$$

(Samma beteckning används alltså för en serie och för dess summa. I boken används s_∞ för summan.)