Föreläsning 8, del b

Vi antar nu att grad $T(x) <$ grad $N(x)$ i den rationella funktionen $\frac{T(x)}{N(x)}$ som vi vill integrera. (Antingen har vi ett sådant bråk från början, eller så får vi det som rest när vi utför polynomdivision.)

Vi studerar först fallet grad $N(x) = 1$, sedan grad $N(x) = 2$, ...

---

grad $N(x) = 1$:

Vi antar alltså att $N(x)$ är ett förstagradspolynom, $N(x) = ax + b$, där a och b är konstanter, och $a \neq 0$.

Eftersom vi dessutom antar att grad $T(x) <$ grad $N(x)$ måste $T(x)$ vara ett polynom av grad 0, alltså en nollskild konstant, $T(x) = c \neq 0$.

Genom att använda standardintegralen

$$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C$$

och den allmänna integrationsregeln

$$\int f(ax+b)\,dx = \frac{1}{a}F(ax+b) + C$$

där F är en primitiv funktion till f, får vi (om vi sätter $f(x) = \frac{1}{x}$ och $F(x) = \ln|x|$)

$$\int \frac{c}{ax+b}\,dx = c\int \frac{1}{ax+b}\,dx =$$

$$= c\int f(ax+b)\,dx = \frac{c}{a}F(ax+b) + C =$$

$$= \frac{c}{a}\ln|ax+b| + C$$

Ex

$$\int \frac{1}{3x-2}\,dx = \frac{1}{3}\ln|3x-2| + C$$

$$\int \frac{2}{x+5}\,dx = 2\ln|x+5| + C$$