Föreläsning 3, del d

Ex) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \cdots =$

$= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1} =$

$= \sum_{k=1}^{\infty} a_1 q^{k-1}$ där $a_1 = \frac{1}{2}$ och

$-1 < q = \frac{1}{2} < 1 \Rightarrow$ serien är konvergent

med summan $\frac{a_1}{1-q} = \frac{1/2}{1-1/2} = \frac{1/2}{1/2} = 1$

Ex) $2 + 4 + 8 + 16 + \cdots =$

$= \sum_{k=1}^{\infty} 2^k = \sum_{k=1}^{\infty} 2 \cdot 2^{k-1} =$

$= \sum_{k=1}^{\infty} a_1 q^{k-1}$ där $a_1 = 2$ och $q = 2 > 1$

$\Rightarrow$ serien är divergent!

Formeln för summan av en geometrisk serie kan användas för att skriva om ett rationellt tal från decimalform till formen av en kvot av två heltal:

Ex) $0{,}181818\ldots =$

$= 0{,}18 + 0{,}0018 + 0{,}000018 + \cdots =$

$= \frac{18}{100} + \frac{18}{10000} + \frac{18}{1000000} + \cdots =$

$= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{18}{100}\left(\frac{1}{100}\right)^{k-1} =$

$= \frac{18/100}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{18}{100-1} = \frac{18}{99} = \frac{2}{11}$