Föreläsning 2, del b

## Induktionsprincipen:

Anta att $U(n)$ är en utsaga där $n \in \mathbb{Z}_+$, och att följande två villkor är uppfyllda:

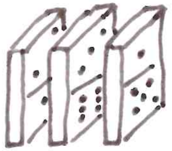
1. $U(1)$ är sann (basfall)
2. $U(p) \Rightarrow U(p+1)$ för alla $p \in \mathbb{Z}_+$ (induktionssteg)

induktionsantagande

Då är $U(n)$ sann för alla $n \in \mathbb{Z}_+$

---

$$U(1) \overset{1}{\Rightarrow} U(2) \overset{2}{\Rightarrow} U(3) \overset{2}{\Rightarrow} \cdots$$



---

Ex | Tillbaka till exemplet med utsagan

$$U(n): \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$$

Villkor 1 är uppfyllt: utsagan är sann i basfallet $n=1$.

Är villkor 2 också uppfyllt?

Induktionsantagande:

$$U(p): \sum_{k=1}^{p} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{p}{p+1}$$

Vi antar att $p$ är ett positivt heltal sådant att $U(p)$ är sann. Vi ska använda detta antagande för att visa att även $U(p+1)$ måste vara sann i så fall.

$$U(p+1): \sum_{k=1}^{p+1} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{p+1}{(p+1)+1}$$

$$VL = \sum_{k=1}^{p+1} \frac{1}{k(k+1)} = \underbrace{\sum_{k=1}^{p} \frac{1}{k(k+1)}}_{\text{induktionsantagandet!}} + \frac{1}{(p+1)((p+1)+1)} =$$

$$= \frac{p}{p+1} + \frac{1}{(p+1)(p+2)} = \frac{p(p+2)}{(p+1)(p+2)} + \frac{1}{(p+1)(p+2)} =$$

$$= \frac{p^2+2p+1}{(p+1)(p+2)} = \frac{(p+1)^2}{(p+1)(p+2)} = \frac{p+1}{p+2} = HL$$

Enligt induktionsprincipen följer det att $U(n)$ är sann för alla $n \in \mathbb{Z}_+$!