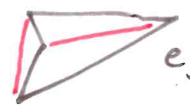
Föreläsning 2, del c

Anmärkningar till induktionsprincipen:

- basfallet behöver inte vara $n=1$
- det kan finnas flera basfall
- i induktionssteget får man lov att använda inte bara $U(p)$ utan alla utsagorna $U(1), U(2), \ldots, U(p)$ som induktionsantagande, för att visa att $U(p+1)$ följer.

Ex) Låt D_n vara antalet diagonaler i en (konvex) n-hörning ($n \geq 3$):

konvex

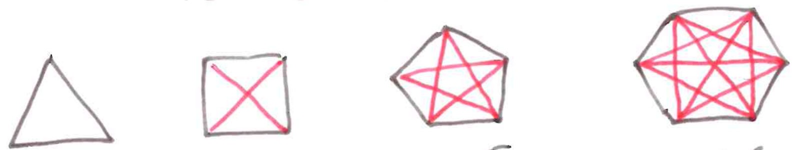


ej konvex

Finns det någon formel för D_n?

n	3	4	5	6	7
D_n	0	2	5	9	14
D_n+1	1	3	6	10	15

$1 \xrightarrow{+2} 3 \xrightarrow{+3} 6 \xrightarrow{+4} 10 \xrightarrow{+5} 15$



$n=3$ $n=4$ $n=5$ $n=6$

Förmodan: För alla heltal $n \geq 3$ gäller:

$$D_n + 1 = 1 + 2 + \cdots + (n-2) = \frac{(n-2)((n-2)+1)}{2} = \frac{(n-2)(n-1)}{2} \Leftrightarrow$$

$$D_n = \frac{(n-2)(n-1)}{2} - 1 = \frac{n^2 - 2n - n + 2}{2} - \frac{2}{2} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{D_n = \frac{n(n-3)}{2}}$$

Vi försöker visa detta med induktion!

- Basfall: Då $n=3$ har vi $VL = 0$ och $HL = \frac{3(3-3)}{2} = \frac{3 \cdot 0}{2} = 0 = VL$ ok!
- Induktionsantagande: Vi antar att $\boxed{D_p = \frac{p(p-3)}{2}}$ för något heltal $p \geq 3$.
- Induktionssteget: Vi ska visa att induktionsantagandet medför att

$$\boxed{D_{p+1} = \frac{(p+1)((p+1)-3)}{2}}$$