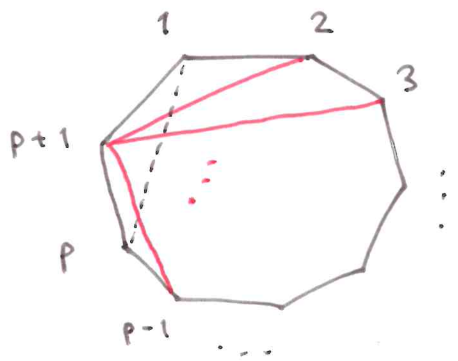
Föreläsning 2, del d

Ex) (forts.) Vi ska visa att

$$D_p = \frac{p(p-3)}{2} \Rightarrow D_{p+1} = \frac{(p+1)((p+1)-3)}{2}$$

där D_n är antalet diagonaler i en konvex n-hörning. Betrakta en konvex $(p+1)$-hörning:



- Hörnen $1, 2, \dots, p$ bildar en p-hörning med $D_p = \boxed{\frac{p(p-3)}{2}}$ diagonaler, enligt induktionsantagandet.
- Från hörn $p+1$ kan vi dra $\boxed{p-2}$ diagonaler till hörnen $2, 3, \dots, p-1$.
- Dessutom har vi 1 diagonal mellan hörn 1 och hörn p.

Totalt har vi

$$D_{p+1} = \frac{p(p-3)}{2} + (p-2) + 1 =$$

$$= \frac{p^2-3p}{2} + \frac{2p-4}{2} + \frac{2}{2} =$$

$$= \frac{p^2-3p+2p-4+2}{2} = \frac{p^2-p-2}{2}$$

diagonaler i $(p+1)$-hörningen.

Vi ville visa att

$$D_{p+1} = \frac{(p+1)((p+1)-3)}{2}$$

Vi har alltså $VL = \frac{p^2-p-2}{2}$ och

$$HL = \frac{(p+1)((p+1)-3)}{2} = \frac{(p+1)(p-2)}{2} =$$

$$= \frac{p^2-2p+p-2}{2} = \frac{p^2-p-2}{2} = VL \quad \text{ok!}$$

Enligt induktionsprincipen gäller nu

$$D_n = \frac{n(n-3)}{2} \text{ för alla heltal } n \geq 3 \;!$$